

Vektorok

Def.

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix}$$

Vektor - olyan rendezett halmaz, amelybe meg lehet mondani hogy melyik az első, a második, n-edik elem.

$$X = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -0,5 \end{bmatrix} \in R^3 = R * R * R$$

$$[2 \quad 3 \quad -0,5]$$

Kétféle képen ábrázolhatók a vektorok, **oszloposan** és **sorosan**.

T – transzponált (sor – oszlop csere)

$$a^T = [a_1 \quad \dots \quad a_n] \in R^n$$

R^n - n dimenziós vektorok halmaza

$$x, y \in R^n$$

$$x + y = [a_i + b_i]_{i=1}^n$$

$$x - y = [a_i - b_i]_{i=1}^n$$

Vektoroknál az osztás művelet nincs definiálva, nem megengedett.

$$x = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$x + y = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$x - y = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$5 * x = \begin{bmatrix} 10 \\ -5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{5} * x = \begin{bmatrix} 0,4000 \\ 0,2000 \\ 0,8000 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$A \in R^{2 \times 3}$$

$$C = [c_{ij}]_{i,j=1}^{m,n}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \in R^{m \times n}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 4 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

MINDIG 4 TIZEDES PONTOSSÁGGAL SZÁMOLUNK!

Skaláris szorzás

$x, y \in R^n$ skaláris szorzata

$$x^T * y = \begin{bmatrix} x_1 & \dots & \dots & x_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ \dots \\ \dots \\ y_n \end{bmatrix} \quad \text{kommutatív}$$

Skaláris szorzás: $[x_1 * y_1 + x_2 * y_2 + \dots + x_n * y_n]$

A skaláris szorzás csak akkor hajtható végre ha azonos dimenziójúak a vektorok

Diadikus szorzás

$x \in R^n, y \in R^m$

$$x * y^T = \begin{bmatrix} x_1 * y_1 & x_1 * y_2 & \dots & \dots & x_1 * y_m \\ x_2 * y_1 & x_2 * y_2 & \dots & \dots & x_2 * y_m \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_n * y_1 & x_n * y_2 & \dots & \dots & x_n * y_m \end{bmatrix} \quad \text{nem kommutatív!}$$

$$x = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, y = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$-4 + (-1) + 0 = -5$$

FALK módszer (számítási módszer)

			-2
			1
			4
2	-1	0	-5

Mátrix Műveletek

$$x^T * y = -5$$

$$z = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$x * z^T = \begin{bmatrix} -4 & 6 \\ 2 & -3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

	-2	3
2	-4	6
-1	2	-3
0	0	0

$e_i \in R$ - *egységvektor*

Olyan vektor amelynek i-edik eleme 1, a többi 0.

$$e_2^T * x = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} = -1$$

$$e_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Egységmátrix – olyan négyzetes mátrix, amelynek a főátlóbeli elemei 1-esek, a többi 0

$R^{m \times n}$

ha $m < n$ akkor alakú

ha $m > n$ akkor alakú

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & \dots & a_{2n} \\ \dots & & & & \dots \\ \dots & & & & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

A *diagonális mátrix* az olyan, hogy a főátlón kívül csupa 0 áll.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$A * B$

Az A mátrixot szorzom jobbról a B mátrixszal.

$$A \in R^{m \times k}$$

$$B \in R$$

Csak akkor hajtható végre ha a bal oldali mátrix oszlopszáma megegyezik a jobb oldali mátrix sorainak a számával.

Feladat (12 oldal / 2. feladat)

	T1	T2	T3
E1	4	2	6
E2	4	0	8
E3	4	5	0

E – erőforrás , T – termék

$$A = [a_{ij}]_{i,j=1}^3$$

$$p = \begin{bmatrix} 200 \\ 100 \\ 250 \end{bmatrix} \quad \text{tervezett mennyiség}$$

$$k = \begin{bmatrix} 8000 \\ 9000 \\ 7000 \end{bmatrix} \quad \text{kapacitás}$$

$$b = \begin{bmatrix} 10 \\ 12 \\ 50 \end{bmatrix} \quad \text{egységár mátrix}$$

Határozza meg az egyes erőforrásokból felhasznált mennyiséget!

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 6 \\ 4 & 0 & 8 \\ 4 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

			200
			100
			250
4	2	6	2500
4	0	8	2800
4	5	0	1300

$$A^* p = \begin{bmatrix} 2500 \\ 1800 \\ 1300 \end{bmatrix} \quad \text{- ennyit használunk fel összesen az erőforrásokból}$$

Fajlgaos erőforrás költség

$$b^T * A = [288 \quad 270 \quad 156]$$

	4	2	6
	4	0	8
	4	5	0
10 12 50	288	270	156

Határozzuk meg a fel nem használt mennyiséget

$$k - A * p = \begin{bmatrix} 5500 \\ 6200 \\ 5700 \end{bmatrix}$$

Mennyi a program termelési összköltség?

$$(b^T * A) * p = [288 \quad 270 \quad 156] * \begin{bmatrix} 200 \\ 100 \\ 250 \end{bmatrix} = [123600]$$